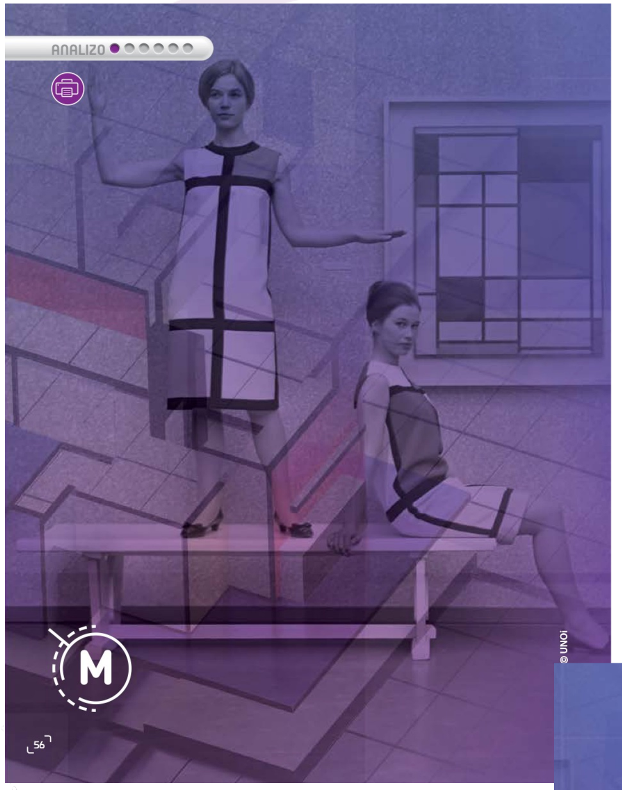
Sesión 1

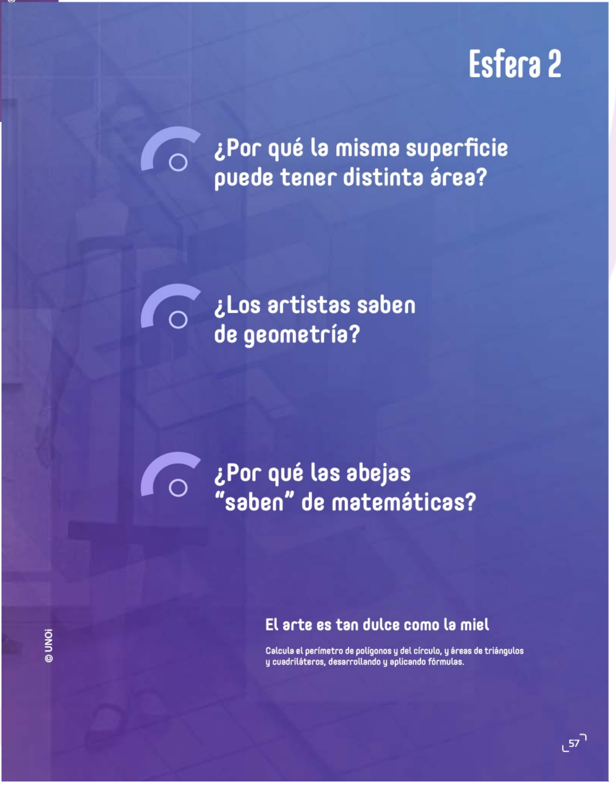
Propósito
Los estudiantes explorarán saberes de utilidad para trabajar en la esfera, y se aproximarán al tema mediante preguntas de análisis y reflexión, con base en esto identificarán lo que conocen sobre área de triángulos, trapecios y sus fórmulas.

Tip 1. Antes de trabajar la esfera, pida que resuelvan el imprimible **Maths Mastery T3_3**, para complementar y ejercitar saberes que le serán útiles al trabajar el Diario de aprendizaje.

Tip 2. Para la sección **Analizo** de las **páginas 56** y **57**, pida a los estudiantes que reflexionen de manera individual sobre las preguntas detonadoras y, posteriormente, comenten sus respuestas en equipo. Motive un debate acerca de la relación entre el arte y las matemáticas. Invítelos a consultar el video *Kandinsky: color, percepción y sensación* en el siguiente enlace: https://esant.mx/ac_unoi/sumt1-061. Solicite que comenten acerca de los aspectos matemáticos que identificaron en la obra de Kandinsky.

Tip 3. Para introducir la sección de **Reconozco** de las **páginas 58 y 59**, trabaje brevemente el uso del paréntesis para expresar el producto de dos factores, por ejemplo: $5(4 + 9) = 20 + 45$; $t(m + n) = tm + tn$.



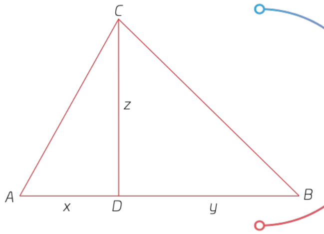


RECONOZCO

Comienza esta Esfera de Exploración identificando cuáles de estas actividades puedes contestar con base en lo que ya sabes y registra en la lista de cotejo cuántos puntos obtuviste. Al terminarla, responde de nuevo las actividades en tu cuaderno para que reconozcas cuánto avanzaste.

Kazimir Malevich, *Red Square. Painterly Realism of a Peasant Woman in Two Dimensions* (1915)

01 **Expresa el área de los triángulos siguientes. Considera que el segmento *CD* es una altura del Δ*ABC*.** +3

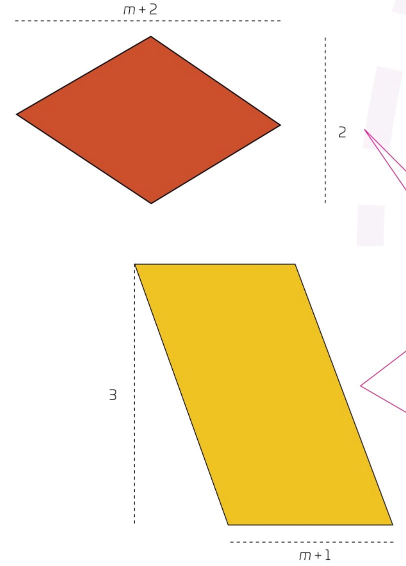


Área del $\Delta ADC = \frac{xz}{2}$ unidades cuadradas (u²)

Área del $\Delta CDB = \frac{yz}{2}$ u²

Área del $\Delta ABC = \frac{z(x+y)}{2}$ u²

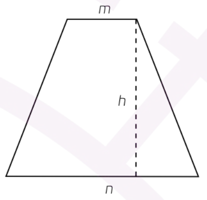
1.1 Relaciona cada figura con las expresiones que permiten calcular su área. +3



- $3m + 1$
- $2m + 4$
- $3(m + 1)$
- $\frac{2(m+2)}{2}$
- $m + 2$
- $3m + 3$

1.2 Haz lo que se indica. +2

› Colorea las expresiones que permiten calcular el área del trapecio.

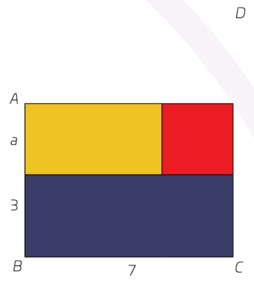


- $m + \frac{nh}{2}$
- $\frac{mnh}{2}$
- $(m + n)\frac{h}{2}$
- $\frac{m+n}{2} \times h$
- $2(m + n)h$
- $\frac{(m+n)h}{2}$

› Rodea la expresión con la que se puede calcular el área del trapecio cuando $m = 3$, $n = 10$ y $h = 8$.

$A = \frac{(10+8)\times 3}{2}$ $A = \frac{10 \times 3 + 8}{2}$ $A = \frac{(10+3)\times 8}{2}$ $A = \frac{(8+3)\times 10}{2}$

1.3 **Identifica los rectángulos que se forman en la figura de la derecha. Luego, anota las expresiones que permiten calcular el área de cada uno. Considera que el cuadrilátero rojo es un cuadrado.** +2



Área del rectángulo de tres colores: $7(a + 3)$ u²;

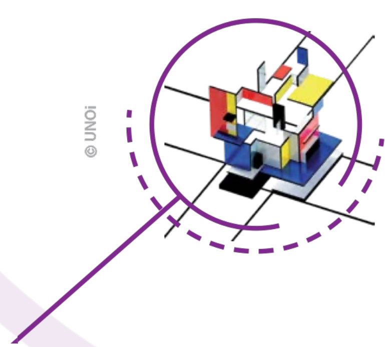
Área del rectángulo amarillo: $a(7 - a)$ u²;

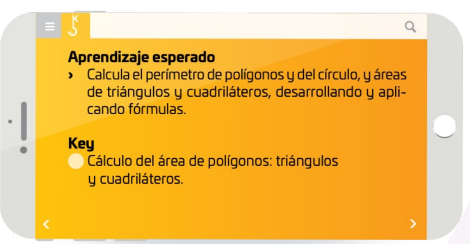
Área del rectángulo azul: $3 \times 7 = 21$ u²; Área del rectángulo amarillo y rojo: $7a$ u²

Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Calculo áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando fórmulas.				
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO





Sesión 2

Propósito

Los estudiantes reflexionarán y comprenderán la relevancia en la división de superficies en figuras geométricas con el objetivo de facilitar el cálculo de su área. Además, llevarán a cabo una indagación en el **Key**, donde encontrarán los conceptos base para el desarrollo de la **Esfera de Exploración**.

Tip 1. Para la sección **Comprendo** de la **página 60**, invite a los alumnos a que lleven a cabo una investigación para identificar imágenes de edificios o puentes, que se compongan total o parcialmente de estructuras hexagonales o triangulares, inclusive de tetraedros. Anime a algunos estudiantes a mostrar al grupo sus hallazgos, permitiéndoles comentar algunas características de la construcción expuesta. Puede consultar los sitios *Revista digital de arquitectura*, "Edificios de forma triangular, proyectos internacionales", disponible en https://esant.mx/ac_unoi/sumt1-062 y *5 construcciones icónicas que no sabías que fueron diseñadas por mujeres,* disponible en https://esant.mx/ac_unoi/sumt1-063.

Tip 2. Proyecte el recurso audiovisual *Conjetura de Collatz,* disponible en https://esant.mx/ac_unoi/sumt1-064. Después, aclare dudas y amplíe la explicación. Para apoyar la exposición del tema, tome un número natural y divídalo entre dos si éste es par; en caso contrario, multiplíquelo por tres y súmele una unidad. Al número obtenido, según sea el caso, debe aplicársele de nuevo el criterio de paridad para de nuevo operarlo. El proceso se repite sucesivamente hasta llegar a la unidad, 1. Comente a los alumnos que Collatz planteó que, para cualquier número natural, la aplicación sucesiva de la función recién definida siempre nos permitiría obtener el número 1.

Tip 3. Solicite a los alumnos que, de forma individual, elijan un número natural mayor a 50 y operen con él, como plantea la Conjetura de Collatz, hasta obtener la unidad. Posteriormente, estimule una discusión grupal donde se busque plantear el punto clave de la dificultad para demostrar esta conjetura.

COMPRENDO

¿Cuántos centímetros cuadrados mide la pantalla de tu tableta? ¿Crees que para cubrir una superficie lo más adecuado es usar unidades cuadradas? ¿Sabías que hay una figura que funciona mejor para cubrir superficies? ¡Sí, la hay! Pero, primero, recordemos la diferencia entre superficie y área.

El suelo del salón es una superficie y la cantidad de piezas necesarias para cubrirlo es el área, y, claro, esta depende de la unidad de medida que se use. Medir una superficie es calcular cuántas unidades cuadradas caben en ella, así que el área de una figura depende de la forma y el tamaño de la unidad usada.

Esa necesidad de conocer el tamaño de una superficie ha existido desde hace miles de años: medir áreas ha sido una actividad muy importante en todas las culturas. Los primeros registros que se tienen sobre este trabajo son las tablillas de Mesopotamia, de hace 5 000 años, aproximadamente, y los papiros egipcios, de hace unos 3 600 años. Medir de manera correcta las áreas era tan importante que la profesión de agrimensor era muy reconocida; en Egipto, las personas que la ejercían se conocían como "tiradores de cuerdas", pues su trabajo lo realizaban tensando cuerdas en los terrenos para marcarlos y dividir figuras complejas en otras más sencillas, cuyas áreas, fáciles de calcular, sumaban para obtener el área total del terreno; ¡parecido a lo que has hecho tú al calcular áreas! Incluso en la pintura, el área y las superficies son piezas clave para crear obras.

Una conjetura es una proposición que se considera verdadera, pero que aún no se prueba o refuta; cuando se prueba, se le conoce como teorema.

Los egipcios desarrollaron técnicas muy buenas para medir la tierra —de ahí la palabra "geometría"— porque el río Nilo provocaba inundaciones que borraban los límites de los terrenos. Estas técnicas están registradas en el papiro de Ahmes y el papiro de Moscú, y alrededor del año 600 a. n. e., Tales de Mileto, matemático griego, viajó a Egipto y las aprendió. Posteriormente, Tales las compartió con varios matemáticos griegos, entre ellos Pitágoras, quienes las convirtieron en una nueva rama de las matemáticas.

Con los griegos se desarrolló la geometría y se demostró que cualquier polígono puede descomponerse en triángulos ▲▼, se estableció que la fórmula del área de un polígono puede expresarse como la suma de las áreas de los triángulos en los que se descompone. Algo muy interesante es que los únicos polígonos regulares con los que se puede cubrir el plano, sin que se encimen y sin dejar huecos, son los triángulos equiláteros, los cuadrados y los hexágonos regulares. ¿Te imaginas por qué? Si cubrimos tres superficies idénticas solo con triángulos equiláteros, cuadrados o hexágonos regulares, respectivamente, el recubrimiento con menor perímetro total será el de los hexágonos. Esto se conoce como la "Conjetura del panal de abejas", y su origen es muy viejo: se piensa que por el año 36 a. n. e., Marco Terencio, un sabio romano, fue el primero en afirmar la conjetura. De hecho, podemos pensar que las abejas "saben mucha geometría", pues al construir sus panales usan menos cera con hexágonos regulares que con otras figuras.

Las inundaciones del río Nilo borraban los límites de los terrenos de los antiguos egipcios.

Tres siglos más tarde, Pappus de Alejandría, matemático griego, trabajó muchos años intentando demostrar esa conjetura, pero, aunque para los matemáticos de esa época era evidente, no pudo explicar el porqué, es decir, no pudo demostrarlo. La humanidad tuvo que esperar más de diecisiete siglos para conocer la demostración, pues fue en 1999 cuando el matemático norteamericano Thomas C. Hales logró dar la explicación formal de la maravilla de los hexágonos.

¿Te imaginas cuánto trabajo matemático hay detrás de lo que parece el simple cálculo de un área? ¿Qué otras figuras se te ocurren usar para calcular? ¿Vale la pena comenzar a usar unidades hexagonales? ¿Cómo usan los artistas las superficies para pintar?

Concha Ruiz Ruiz-Funes

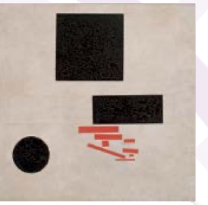
Sesión 2

Tip 4. Dirija una actividad ordenada donde los alumnos, organizados en equipos, puedan localizar alguna superficie irregular dentro de su escuela. Posteriormente, y con ayuda de una cinta métrica, determinen el área de la superficie dividiéndola en figuras cuya área pueda obtenerse fácilmente. Permita que los alumnos registren y comparen sus resultados.

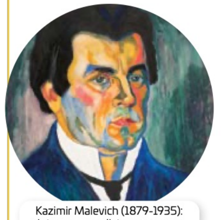
Tip 5. Para la indagación de **Investigo**, **página 59**, pida a los alumnos que consulten el **Key:** *Cálculo del área de polígonos: triángulos y cuadriláteros,* e invítelos a resolver las cuatro actividades del recurso en la sección **Investigo**. Mencione que la indagación en el **Key** les ayudará a responder la **Esfera de Exploración** y promueva la consulta de esa información tantas veces como sea necesario.

Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y representa tus conclusiones.

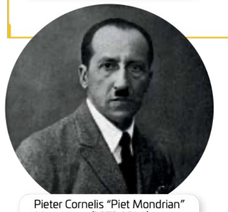
Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras! R. L.



Kazimir Malevich, *Suprematist Composition* (1915)



Kazimir Malevich (1879-1935): pintor vanguardista ruso y creador del suprematismo.



Pieter Cornelis "Piet Mondrian" Mondriaan (1872-1944): pintor vanguardista holandés y uno de los principales representantes del arte abstracto.

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.

Matemáticas

Esfera de Exploración 2 – Semanas 31 y 32

Sesión 3

Propósito
Los alumnos calcularán áreas con unidades no convencionales y expresarán el área de triángulos cuyas dimensiones están dadas mediante literales.

Tip 1. Extienda la **actividad 01** de la sección **Practico** de la **página 62**, y proponga determinar el área de otros triángulos rectángulos en donde las medidas sean expresiones algebraicas, por ejemplo: a, $4t$, $m + n$.

Tip 2. Como actividad previa a la **actividad 02**, trabaje en hojas de puntos el trazo con escuadras de las tres alturas de triángulos: rectángulos, acutángulos y obtusángulos. Comente y enfatice que la altura de un triángulo es la línea perpendicular que une la base con el vértice opuesto a ésta.

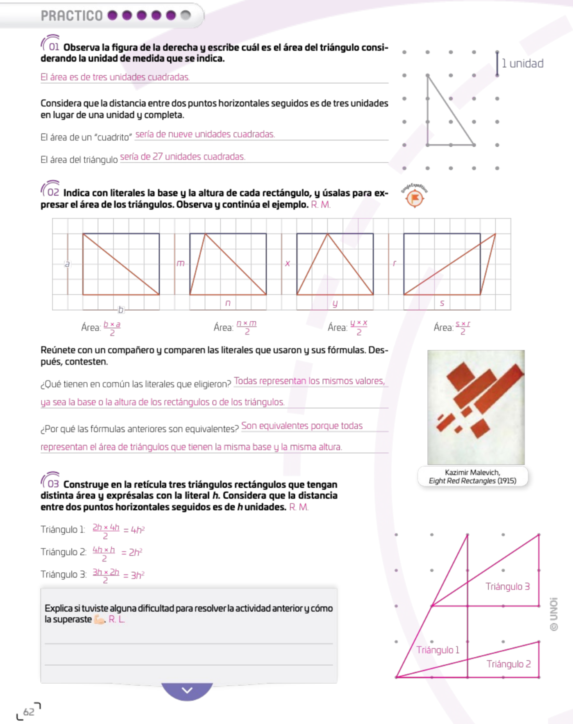
Tip 3. Para reforzar lo visto en la **actividad 03**, proponga trazar en un hoja de puntos tres figuras diferentes, pero con misma área. Pida figuras con área igual a: $1u^2$, $3u^2$, $1 \frac{1}{2}u^2$. que expliquen el proceso que llevaron a cabo para responder la actividad.

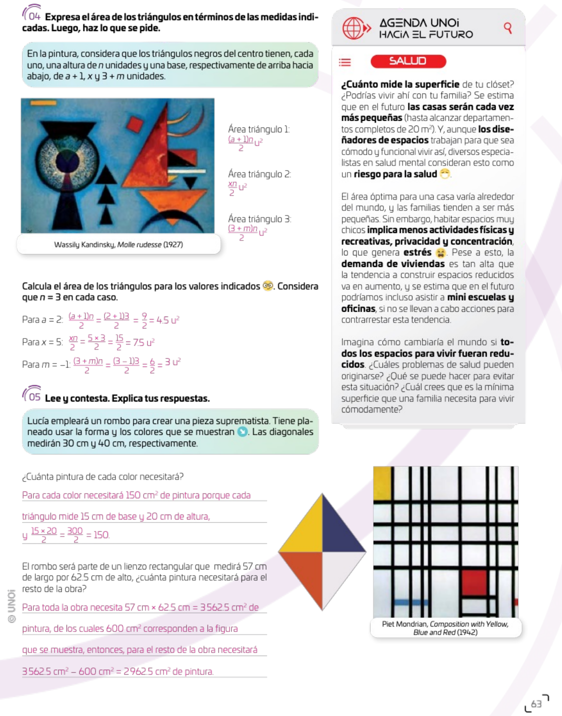
Tip 4. Para introducir la **actividad 04** de la **página 63**, plantee ejemplos de productos que promuevan el uso de paréntesis: $5(3 + 6) = 15 + 35$; $a(a + b) = a + ab$; $3(a - b) = 3a - 3b$. Verifique la comprensión del cambio de signo en el producto, diferencie entre: $-5 - 4 = -9$ y $-5(-4) = 20$. Retome el video de Kandinsky que vieron antes, y comenten qué diferencia hace ahora su obra con referencia a las matemáticas.

Tip 6. Exhorte a los alumnos a que lean la **Agenda UNOi hacia el futuro**. Abra una discusión para que intercambien ideas acerca de cómo se podría aportar a la tecnología espacial. Pregunte *¿A qué se debe la construcción de espacios más pequeños para vivir?¿Qué relación tiene con el tema de la Esfera de Exploración? ¿Cómo sería su casa perfecta? ¿Qué tamaño tendría?*

Tip 6. Solicite que, para la siguiente sesión, lleven a clase su juego de geometría, colores y tijeras.

Invite a los estudiantes a que se reúnan para trabajar con la **Carpeta del Productor** y continuar con el **Big Challenge.**





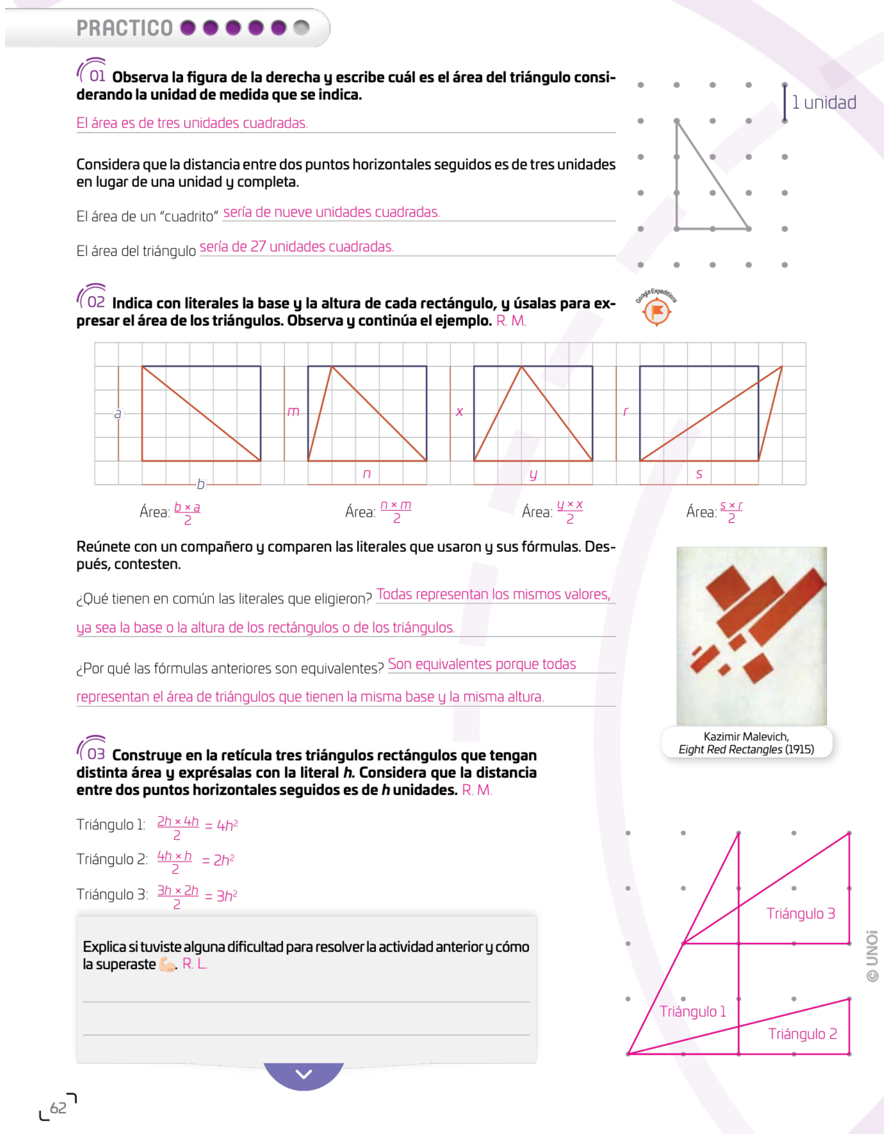
Aprendizaje aumentado

El objetivo de esta actividad es potenciar el análisis sobre áreas de triángulos mediante el contacto con conocimientos previos y cuestionando su relación con el contenido actual.

Lleve a cabo esta sugerencia de estudio para ampliar el trabajo de la **actividad 02** de la sección **Practico**. Agilice el trabajo con la hoja de puntos sugerido como labor previa a la actividad para destinar tiempo a este ejercicio (se estima una duración de 15 minutos).

Reparta los iPad a los estudiantes individualmente y pídales que vayan a la aplicación ***Arts & Culture***. En la aplicación, deberán buscar la expedición de realidad aumentada “Geometry - types of triangles”, la cual consta de cinco escenas con información sobre distintos tipos de triángulos. Aunque esto no está enfocado al cálculo de áreas, como se solicita en el **Diario de aprendizaje**, les ayudará a reforzar los conocimientos sobre triángulos e incidirá en el grado de atención que los estudiantes dediquen al trabajo. Puede aprovechar cada escena para recordarles cómo se calcula el área y perímetro de cada triángulo y que examinen si esto varía de un triángulo a otro y por qué.

Pídales que escriban una conclusión al respecto y permita que algunos voluntarios compartan la suya con el resto del grupo, de manera que todos puedan compararla con la suya y anotar los puntos que les parezcan más interesantes. Retire los dispositivos después de cada participación.



PRACTICO

01 **Observa la figura de la derecha y escribe cuál es el área del triángulo considerando la unidad de medida que se indica.**

El área es de tres unidades cuadradas.

1 unidad

Considera que la distancia entre dos puntos horizontales seguidos es de tres unidades en lugar de una unidad y completa.

El área de un “cuadrito” sería de nueve unidades cuadradas.

El área del triángulo sería de 27 unidades cuadradas.

02 **Indica con literales la base y la altura de cada rectángulo, y úsalas para expresar el área de los triángulos. Observa y continúa el ejemplo.** R. M.

Google Expeditions

a, b, m, n, x, y, r, s

Área: $\frac{b \times a}{2}$ Área: $\frac{n \times m}{2}$ Área: $\frac{y \times x}{2}$ Área: $\frac{s \times r}{2}$

Reúnete con un compañero y comparen las literales que usaron y sus fórmulas. Después, contesten.

¿Qué tienen en común las literales que eligieron? Todas representan los mismos valores, ya sea la base o la altura de los rectángulos o de los triángulos.

¿Por qué las fórmulas anteriores son equivalentes? Son equivalentes porque todas representan el área de triángulos que tienen la misma base y la misma altura.

Kazimir Malevich, *Eight Red Rectangles* (1915)

03 **Construye en la retícula tres triángulos rectángulos que tengan distinta área y exprésalas con la literal *h*. Considera que la distancia entre dos puntos horizontales seguidos es de *h* unidades.** R. M.

Triángulo 1: $\frac{2h \times 4h}{2} = 4h^2$

Triángulo 2: $\frac{4h \times h}{2} = 2h^2$

Triángulo 3: $\frac{3h \times 2h}{2} = 3h^2$

Triángulo 3

Triángulo 1

Triángulo 2

Explica si tuviste alguna dificultad para resolver la actividad anterior y cómo la superaste. R. L.

© UNOi

62

Sesión 4

Propósito

Los estudiantes calcularán áreas deduciendo longitudes a partir de una figura compuesta. Además, a partir de un rectángulo trazarán, recortarán y construirán un rombo, deducirán y justificarán la fórmula para calcular el área de un rombo y romboide.

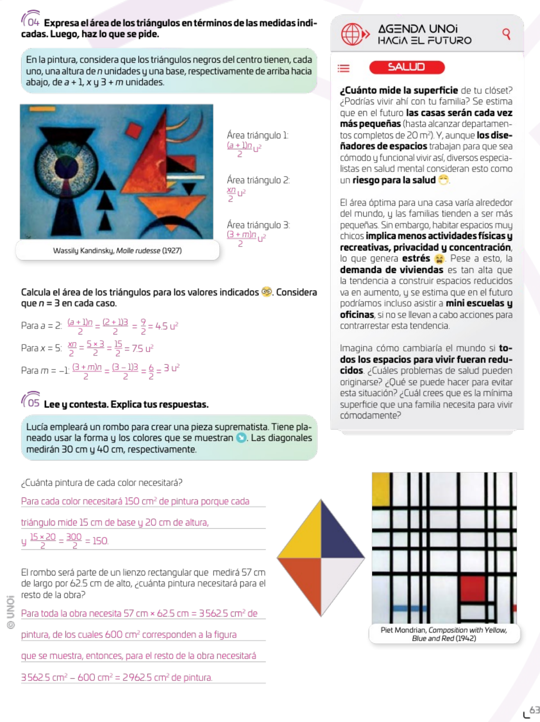
Tip 1. Verifique la comprensión de las respuestas de la **actividad 05**, pidiendo que reproduzcan en una hoja de su cuaderno el rombo, recorten los cuatro triángulos rectángulos y con ellos construyan un rectángulo, un trapecio, un romboide, un triángulo. Priorice la construcción de figuras compuestas a partir de rotar y trasladar las figuras.

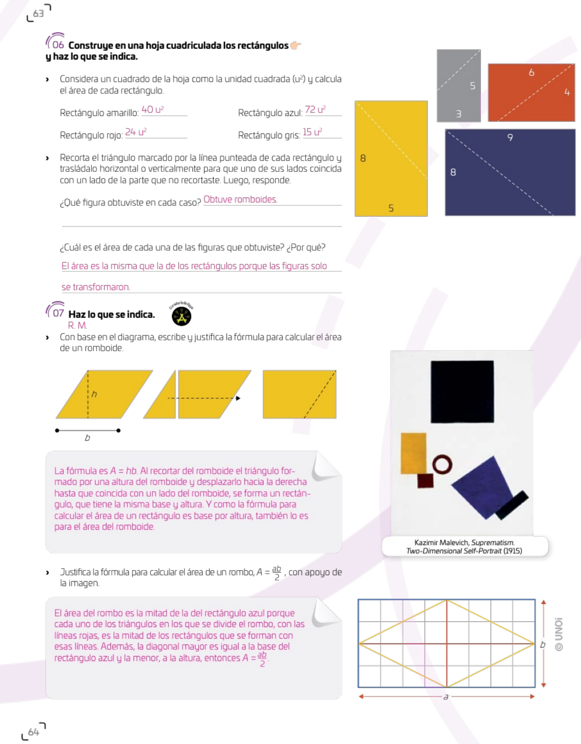
Tip 2. Para la **actividad 06** de la **página 64**, permita que los estudiantes descubran qué otra figura se puede formar permitiendo la rotación de las dos figuras. Después pregunte: *¿Qué área tienen el rectángulo, el romboide y el trapecio?* Verifique las respuestas de los alumnos.

Tip 3. Vincule la **actividad 06** con la actividad **07** de la misma página. Permita que observen e identifiquen la relación de esas tres figuras a partir de componerlas y descomponerlas.

Tip 4. Para justificar el área del rombo de la **actividad 07 de la página 64**, solicite que reproduzcan el rombo en la cuadrícula y recorten los cuatro triángulos rectángulos externos al rombo y los superpongan al rombo para que vean que la división entre 2, en la fórmula: $A = ab/2$ se debe hacer porque el producto de las diagonales a y b equivale al área de dos rombos.

Tip 5. Solicite que para la siguiente sesión lleven regla y tijeras.





Aprendizaje aumentado

El objetivo de esta actividad es reforzar el análisis de una figura como la suma de otras más pequeñas a partir del uso de un rompecabezas.

Realice esta sugerencia de estudio como preparación para la **actividad 07** de la sección **Practico**. Agilice el trabajo de las actividades 07 a 09 de la misma sesión para destinar diez minutos a esta.

Organice a los estudiantes en equipos y entregue un iPad por equipo. Pídales que abran la aplicación ***PolyFill***. Se trata de un juego en el que deberán acomodar distintos polígonos para completar un plano a modo de rompecabezas.

Permita que jueguen varias partidas. Incluso a contrarreloj para ver qué equipo reúne más puntos. Recuérdeles que lo importante es que logren completar el plano, más que competir. Este juego ayudará a los estudiantes a comprender cómo una figura puede ser el resultado de otras unidas.

Lleve la reflexión más lejos preguntando *¿Hay un número determinado de triángulos en los que podría dividirse un cuadrado?¿Todas las figuras podrían dividirse así? ¿Y los triángulos podrían dividirse a su vez? ¿Para qué ayudaría hacer esto?* La idea es llegar a una reflexión sobre cómo una figura puede dividirse de múltiples maneras para que sea más sencillo analizarla.

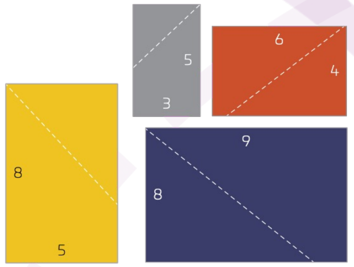
Cuando terminen, pida a los estudiantes que comenten en plenaria las estrategias que usaron para resolver los rompecabezas. Por ejemplo, prueba y error, o si visualizaron dónde debían ir las piezas antes de acomodarlas. Todos deberán llegar a una conclusión sobre una manera efectiva de llevar a cabo esto. Retire los dispositivos después de cada participación.

06 Construye en una hoja cuadriculada los rectángulos y haz lo que se indica.

- Considera un cuadrado de la hoja como la unidad cuadrada (u^2) y calcula el área de cada rectángulo.

Rectángulo amarillo: $40\ u^2$ Rectángulo azul: $72\ u^2$

Rectángulo rojo: $24\ u^2$ Rectángulo gris: $15\ u^2$



- Recorta el triángulo marcado por la línea punteada de cada rectángulo y trasládalo horizontal o verticalmente para que uno de sus lados coincida con un lado de la parte que no recortaste. Luego, responde.

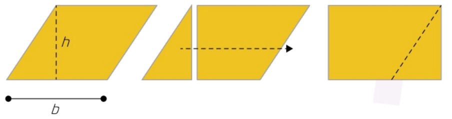
¿Qué figura obtuviste en cada caso? Obtuve romboides.

¿Cuál es el área de cada una de las figuras que obtuviste? ¿Por qué?

El área es la misma que la de los rectángulos porque las figuras solo se transformaron.

07 Haz lo que se indica.
R. M.

- Con base en el diagrama, escribe y justifica la fórmula para calcular el área de un romboide.

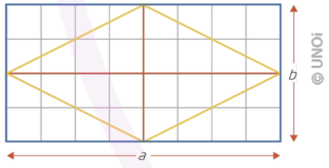


La fórmula es $A = hb$. Al recortar del romboide el triángulo formado por una altura del romboide y desplazarlo hacia la derecha hasta que coincida con un lado del romboide, se forma un rectángulo, que tiene la misma base y altura. Y como la fórmula para calcular el área de un rectángulo es base por altura, también lo es para el área del romboide.

Kazimir Malevich, *Suprematism. Two-Dimensional Self-Portrait* (1915)

- Justifica la fórmula para calcular el área de un rombo, $A = \frac{ab}{2}$, con apoyo de la imagen.

El área del rombo es la mitad de la del rectángulo azul porque cada uno de los triángulos en los que se divide el rombo, con las líneas rojas, es la mitad de los rectángulos que se forman con esas líneas. Además, la diagonal mayor es igual a la base del rectángulo azul y la menor, a la altura, entonces $A = \frac{ab}{2}$.



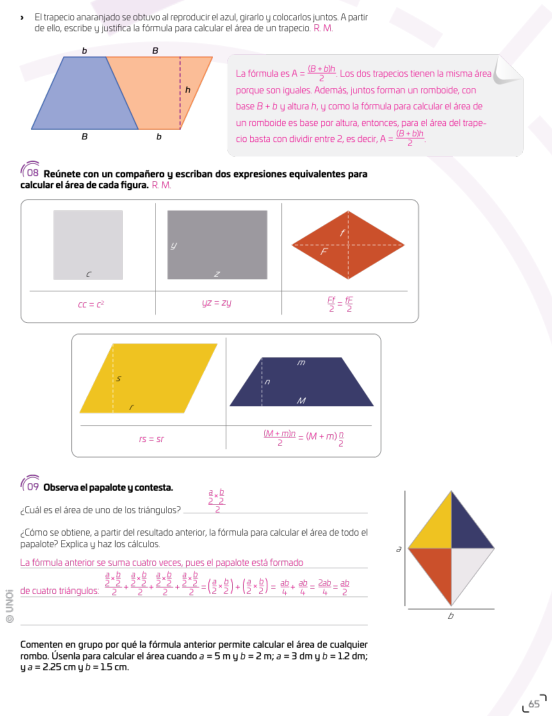
Sesión 5

Propósito
Los alumnos expresarán algebraicamente áreas de triángulos cuadriláteros y figuras compuestas; además, identificarán el valor numérico de las áreas al sustituir en las expresiones valores determinados.

Tip 1. En la **actividad 8**, pida que argumenten por qué las expresiones obtenidas son equivalentes, y comenten si habrá otras expresiones equivalentes además de las que anotaron y por qué. Sugiera que asignen valores numéricos a las literales y obtengan el área de cada figura. Discutan si en este caso hay una sola respuesta por figura o puede variar y a qué se debe.

Tip 2. Confirme el aprendizaje obtenido de la **actividad 09** de la **página 65**, y solicite a voluntarios para que anoten en el pizarrón el producto de binomios: $(c + 1)(c + 2) = c + 2c + c + 2 = c^2 + 3c + 2$; $(x + y)(y + 2) = xy + 2x + y^2 + 2y$; $(s + 2)(s + 3) = s^2 + 3s + 2s + 6 = s + 5s + 6$. Apoye esta actividad y desarrolle el concepto de términos comunes.

Tiip 3. Solicite a los alumnos que propongan un procedimiento para resolver las **actividades 10** y **11** de la **página 66.** Después, pídales que comparen con un compañero el proceso que cada uno propuso, así como las ventajas y desventajas que se presentan en cada método.



› El trapecio anaranjado se obtuvo al reproducir el azul, girarlo y colocarlos juntos. A partir de ello, escribe y justifica la fórmula para calcular el área de un trapecio. R. M.

La fórmula es $A = \frac{(B + b)h}{2}$. Los dos trapecios tienen la misma área porque son iguales. Además, juntos forman un romboide, con base $B + b$ y altura h, y como la fórmula para calcular el área de un romboide es base por altura, entonces, para el área del trapecio basta con dividir entre 2, es decir, $A = \frac{(B + b)h}{2}$.

08 **Reúnete con un compañero y escriban dos expresiones equivalentes para calcular el área de cada figura.** R. M.

$cc = c^2$ | $yz = zy$ | $\frac{Ff}{2} = \frac{fF}{2}$

$rs = sr$ | $\frac{(M + m)n}{2} = (M + m)\frac{n}{2}$

09 **Observa el papalote y contesta.**

¿Cuál es el área de uno de los triángulos? $\frac{\frac{a}{2} \times \frac{b}{2}}{2}$

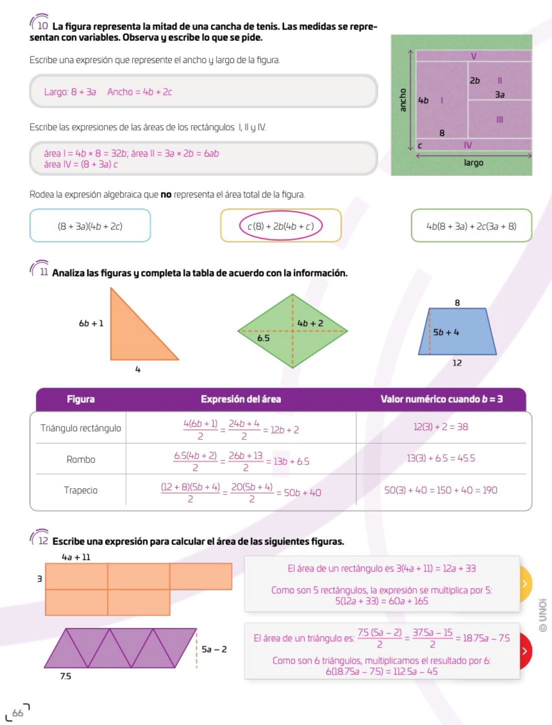
¿Cómo se obtiene, a partir del resultado anterior, la fórmula para calcular el área de todo el papalote? Explica y haz los cálculos.

La fórmula anterior se suma cuatro veces, pues el papalote está formado de cuatro triángulos: $\frac{\frac{a}{2} \times \frac{b}{2}}{2} + \frac{\frac{a}{2} \times \frac{b}{2}}{2} + \frac{\frac{a}{2} \times \frac{b}{2}}{2} + \frac{\frac{a}{2} \times \frac{b}{2}}{2} = \left(\frac{a}{2} \times \frac{b}{2}\right) + \left(\frac{a}{2} \times \frac{b}{2}\right) = \frac{ab}{4} + \frac{ab}{4} = \frac{2ab}{4} = \frac{ab}{2}$

Comenten en grupo por qué la fórmula anterior permite calcular el área de cualquier rombo. Úsenla para calcular el área cuando a = 5 m y b = 2 m; a = 3 dm y b = 1.2 dm; y a = 2.25 cm y b = 1.5 cm.

© UNOi

65



10 **La figura representa la mitad de una cancha de tenis. Las medidas se representan con variables. Observa y escribe lo que se pide.**

Escribe una expresión que represente el ancho y largo de la figura.

Largo: $8 + 3a$ Ancho $= 4b + 2c$

Escribe las expresiones de las áreas de los rectángulos I, II y IV.

área I $= 4b \times 8 = 32b$; área II $= 3a \times 2b = 6ab$
área IV $= (8 + 3a)c$

Rodea la expresión algebraica que **no** representa el área total de la figura.

$(8 + 3a)(4b + 2c)$ | $c(8) + 2b(4b + c)$ | $4b(8 + 3a) + 2c(3a + 8)$

11 **Analiza las figuras y completa la tabla de acuerdo con la información.**

Figura	Expresión del área	Valor numérico cuando $b = 3$
Triángulo rectángulo	$\frac{4(6b + 1)}{2} = \frac{24b + 4}{2} = 12b + 2$	$12(3) + 2 = 38$
Rombo	$\frac{6.5(4b + 2)}{2} = \frac{26b + 13}{2} = 13b + 6.5$	$13(3) + 6.5 = 45.5$
Trapecio	$\frac{(12 + 8)(5b + 4)}{2} = \frac{20(5b + 4)}{2} = 50b + 40$	$50(3) + 40 = 150 + 40 = 190$

12 **Escribe una expresión para calcular el área de las siguientes figuras.**

El área de un rectángulo es $3(4a + 11) = 12a + 33$

Como son 5 rectángulos, la expresión se multiplica por 5: $5(12a + 33) = 60a + 165$

El área de un triángulo es: $\frac{7.5(5a - 2)}{2} = \frac{37.5a - 15}{2} = 18.75a - 7.5$

Como son 6 triángulos, multiplicamos el resultado por 6: $6(18.75a - 7.5) = 112.5a - 45$

© UNOi

66

Sesión 6

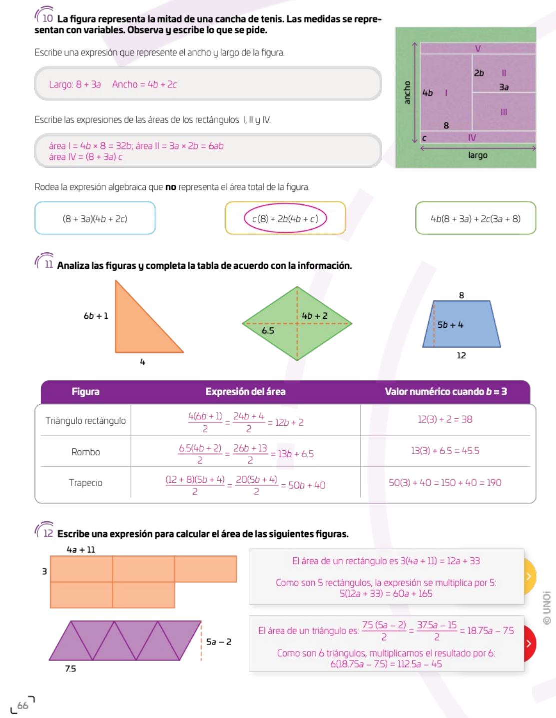
Propósito
Los estudiantes representarán áreas de figuras cuyas dimensiones están dadas con literales y valores numéricos. Además, resolverán problemas de áreas con el apoyo de ecuaciones de primer grado.

Tip 1. En la **actividad 12**, **página 66;** los alumnos podrían presentar dificultades al expresar el área total de la figura compuesta por más de dos figuras iguales. Enfatice que primero deben calcular el área de la figura base y después contar cuántas figuras la conforman, para finalmente multiplicar y obtener el total.

Tip 3. En **la actividad 13, pagina 67**, los alumnos deben resolver una ecuación de primer grado para encontrar un valor desconocido. Bríndeles unos minutos para resolverla, después solicite voluntarios para resolverla en el pizarrón y analicen en conjunto tanto sus repuestas como los procedimientos utilizados.

Tip 4. Se sugiere que trabajen en equipos de tres o cuatro estudiantes las **actividades 13** y **14, pagina 67**. Permita que analicen y compartan sus estrategias para plantear y resolver ecuaciones de primer grado a partir de las fórmulas de área que conocen.

Tip 5. Para comprobar que comprendieron el proceso en **las actividades 13** y **14, pagina 67,** pida a cada equipo que valide sus respuestas con otro equipo. Si es necesario, resuelvan en conjunto la actividad en el pizarrón con el apoyo de voluntarios y aclaren cualquier duda que surja.



10 **La figura representa la mitad de una cancha de tenis. Las medidas se representan con variables. Observa y escribe lo que se pide.**

Escribe una expresión que represente el ancho y largo de la figura.

Largo: $8 + 3a$ Ancho $= 4b + 2c$

Escribe las expresiones de las áreas de los rectángulos I, II y IV.

área I $= 4b \times 8 = 32b$; área II $= 3a \times 2b = 6ab$
área IV $= (8 + 3a)\,c$

Rodea la expresión algebraica que **no** representa el área total de la figura.

$(8 + 3a)(4b + 2c)$ | $c(8) + 2b(4b + c)$ | $4b(8 + 3a) + 2c(3a + 8)$

11 **Analiza las figuras y completa la tabla de acuerdo con la información.**

Figura	Expresión del área	Valor numérico cuando $b = 3$
Triángulo rectángulo	$\frac{4(6b+1)}{2} = \frac{24b+4}{2} = 12b + 2$	$12(3) + 2 = 38$
Rombo	$\frac{6.5(4b+2)}{2} = \frac{26b+13}{2} = 13b + 6.5$	$13(3) + 6.5 = 45.5$
Trapecio	$\frac{(12+8)(5b+4)}{2} = \frac{20(5b+4)}{2} = 50b + 40$	$50(3) + 40 = 150 + 40 = 190$

12 **Escribe una expresión para calcular el área de las siguientes figuras.**

El área de un rectángulo es $3(4a + 11) = 12a + 33$

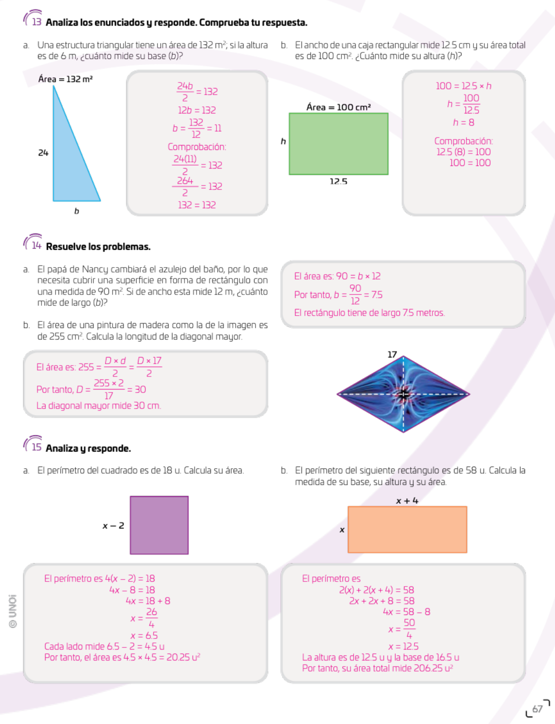
Como son 5 rectángulos, la expresión se multiplica por 5:
$5(12a + 33) = 60a + 165$

El área de un triángulo es: $\frac{7.5\,(5a-2)}{2} = \frac{37.5a - 15}{2} = 18.75a - 7.5$

Como son 6 triángulos, multiplicamos el resultado por 6:
$6(18.75a - 7.5) = 112.5a - 45$

© UNOi

66



13 **Analiza los enunciados y responde. Comprueba tu respuesta.**

a. Una estructura triangular tiene un área de 132 m²; si la altura es de 6 m, ¿cuánto mide su base (b)?

$\frac{24b}{2} = 132$
$12b = 132$
$b = \frac{132}{12} = 11$
Comprobación:
$\frac{24(11)}{2} = 132$
$\frac{264}{2} = 132$
$132 = 132$

b. El ancho de una caja rectangular mide 12.5 cm y su área total es de 100 cm². ¿Cuánto mide su altura (h)?

$100 = 12.5 \times h$
$h = \frac{100}{12.5}$
$h = 8$
Comprobación:
$12.5\,(8) = 100$
$100 = 100$

14 **Resuelve los problemas.**

a. El papá de Nancy cambiará el azulejo del baño, por lo que necesita cubrir una superficie en forma de rectángulo con una medida de 90 m². Si de ancho esta mide 12 m, ¿cuánto mide de largo (b)?

El área es: $90 = b \times 12$
Por tanto, $b = \frac{90}{12} = 7.5$
El rectángulo tiene de largo 7.5 metros.

b. El área de una pintura de madera como la de la imagen es de 255 cm². Calcula la longitud de la diagonal mayor.

El área es: $255 = \frac{D \times d}{2} = \frac{D \times 17}{2}$
Por tanto, $D = \frac{255 \times 2}{17} = 30$
La diagonal mayor mide 30 cm.

15 **Analiza y responde.**

a. El perímetro del cuadrado es de 18 u. Calcula su área.

El perímetro es $4(x - 2) = 18$
$4x - 8 = 18$
$4x = 18 + 8$
$x = \frac{26}{4}$
$x = 6.5$
Cada lado mide $6.5 - 2 = 4.5$ u
Por tanto, el área es $4.5 \times 4.5 = 20.25$ u²

b. El perímetro del siguiente rectángulo es de 58 u. Calcula la medida de su base, su altura y su área.

El perímetro es
$2(x) + 2(x + 4) = 58$
$2x + 2x + 8 = 58$
$4x = 58 - 8$
$x = \frac{50}{4}$
$x = 12.5$
La altura es de 12.5 u y la base de 16.5 u
Por tanto, su área total mide 206.25 u²

© UNOi

67

Sesión 7

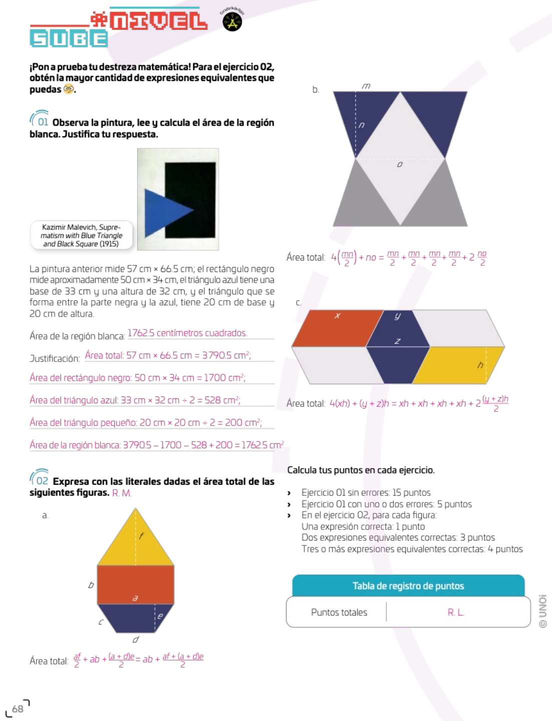
Propósito
Los estudiantes resolverán ejercicios de cálculo de área y expresarán el área de una figura utilizando literales. Además, reflexionarán acerca de lo aprendido en la Esfera de Exploración y contestarán las preguntas iniciales.

1. Organice equipos para realizar la actividad **#Subenivel** de la **página 68.** Procure que los estudiantes para quienes la Esfera de Exploración fue más accesible trabajen con compañeros que hayan tenido dificultades.

2. Anime a los equipos a generar retroalimentación respecto a los ejercicios más difíciles y las razones de ello. Pídales que lleguen a conclusiones comunes sobre qué necesitan reforzar. El propósito es que identifiquen el orden adecuado para realizar las operaciones.

3. Pida a los estudiantes que trabajen la sección **Aplico**, **página 68**. Invítelos a regresar a la sección **Reconozco**, **páginas 58** y **59**, y a revisar también la **página 61** para aclarar sus dudas. Fomente que compartan sus inquietudes con otros compañeros y realice una lluvia de ideas para que puedan sintetizar los aprendizajes alcanzados durante el trabajo de la Esfera. Motívelos a investigar otras piezas de arte en las que la geometría tenga un propósito específico, así como ejemplos en el diseño de moda o de muebles, y su relación con los polígonos y el álgebra. Solicite que elaboren un breve texto sobre su investigación.

4. Para cerrar la sesión, invite a los alumnos a regresar al **Key:** *Cálculo del área de polígonos triángulos y cuadriláteros,* en la sección **Practico más**, para resolver las cuatro actividades del recurso.


#SUBE NIVEL

¡Pon a prueba tu destreza matemática! Para el ejercicio 02, obtén la mayor cantidad de expresiones equivalentes que puedas.

01 Observa la pintura, lee y calcula el área de la región blanca. Justifica tu respuesta.

Kazimir Malevich, *Suprematism with Blue Triangle and Black Square* (1915)

La pintura anterior mide 57 cm × 66.5 cm; el rectángulo negro mide aproximadamente 50 cm × 34 cm, el triángulo azul tiene una base de 33 cm y una altura de 32 cm, y el triángulo que se forma entre la parte negra y la azul, tiene 20 cm de base y 20 cm de altura.

Área de la región blanca: 1762.5 centímetros cuadrados.

Justificación: Área total: 57 cm × 66.5 cm = 3790.5 cm²;
Área del rectángulo negro: 50 cm × 34 cm = 1700 cm²;
Área del triángulo azul: 33 cm × 32 cm ÷ 2 = 528 cm²;
Área del triángulo pequeño: 20 cm × 20 cm ÷ 2 = 200 cm²;
Área de la región blanca: 3790.5 – 1700 – 528 + 200 = 1762.5 cm²

02 Expresa con las literales dadas el área total de las siguientes figuras. R. M.

a. Área total: $\frac{af}{2} + ab + \frac{(a+d)e}{2} = ab + \frac{af + (a+d)e}{2}$

b. Área total: $4\left(\frac{mn}{2}\right) + no = \frac{mn}{2} + \frac{mn}{2} + \frac{mn}{2} + \frac{mn}{2} + 2\frac{no}{2}$

c. Área total: $4(xh) + (y+z)h = xh + xh + xh + xh + 2\frac{(y+z)h}{2}$

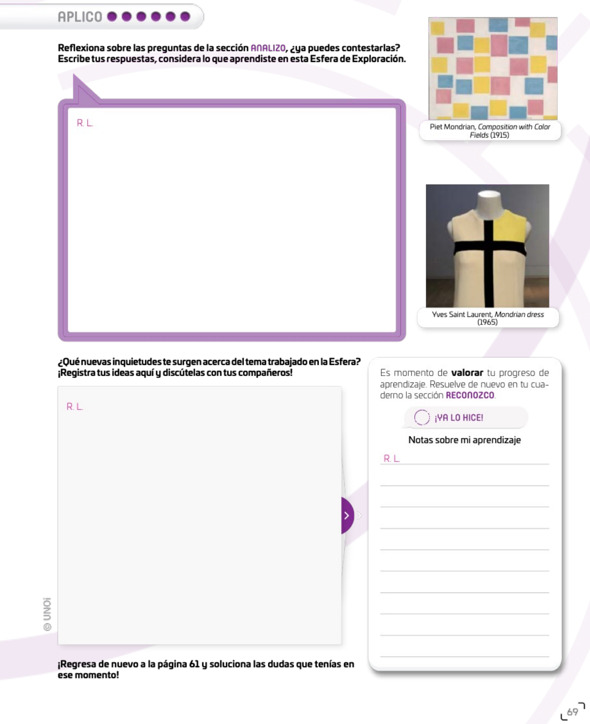
Calcula tus puntos en cada ejercicio.

- Ejercicio 01 sin errores: 15 puntos
- Ejercicio 01 con uno o dos errores: 5 puntos
- En el ejercicio 02, para cada figura:
  Una expresión correcta: 1 punto
  Dos expresiones equivalentes correctas: 3 puntos
  Tres o más expresiones equivalentes correctas: 4 puntos

Tabla de registro de puntos	
Puntos totales	R. L.

© UNOi

68


APLICO

Reflexiona sobre las preguntas de la sección ANALIZO, ¿ya puedes contestarlas? Escribe tus respuestas, considera lo que aprendiste en esta Esfera de Exploración.

R. L.

Piet Mondrian, *Composition with Color Fields* (1915)

Yves Saint Laurent, *Mondrian dress* (1965)

¿Qué nuevas inquietudes te surgen acerca del tema trabajado en la Esfera? ¡Registra tus ideas aquí y discútelas con tus compañeros!

R. L.

Es momento de **valorar** tu progreso de aprendizaje. Resuelve de nuevo en tu cuaderno la sección **RECONOZCO**.

¡YA LO HICE!

Notas sobre mi aprendizaje

R. L.

¡Regresa de nuevo a la página 61 y soluciona las dudas que tenías en ese momento!

© UNOi

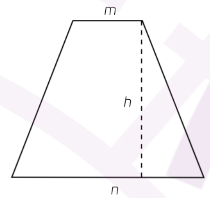
69

1.2 Haz lo que se indica. +2

› Colorea las expresiones que permiten calcular el área del trapecio.

$m + \frac{nh}{2}$ $\frac{mnh}{2}$ $(m + n)\,\frac{h}{2}$

$\frac{m + n}{2} \times h$ $2(m + n)h$ $\frac{(m + n)h}{2}$



› Rodea la expresión con la que se puede calcular el área del trapecio cuando $m = 3$, $n = 10$ y $h = 8$.

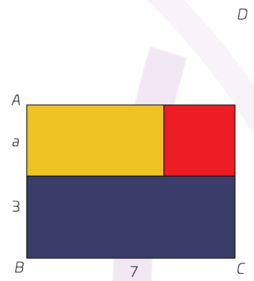
$A = \frac{(10 + 8) \times 3}{2}$ $A = \frac{10 \times 3 + 8}{2}$ $A = \frac{(10 + 3) \times 8}{2}$ $A = \frac{(8 + 3) \times 10}{2}$

1.3 Identifica los rectángulos que se forman en la figura de la derecha. Luego, anota las expresiones que permiten calcular el área de cada uno. Considera que el cuadrilátero rojo es un cuadrado. +2

Área del rectángulo de tres colores: $7(a + 3)$ u^2;

Área del rectángulo amarillo: $a(7 - a)$ u^2;

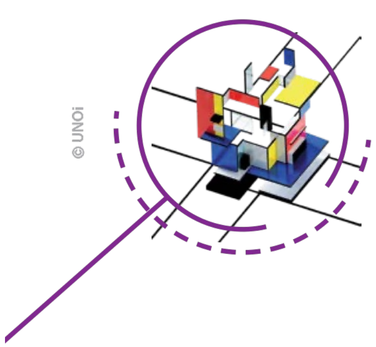
Área del rectángulo azul: $3 \times 7 = 21$ u^2; Área del rectángulo amarillo y rojo: $7a$ u^2



Marca una ✓ en la casilla que corresponda. Al final de la Esfera de Exploración regresarás a esta lista de cotejo. R. L.

	Antes de la Esfera de Exploración		Al terminar la Esfera de Exploración	
	Sí	No	Sí	No
1. Calculo áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando fórmulas.	○	○	○	○
Puntos obtenidos:				

INVESTIGO



Aprendizaje esperado

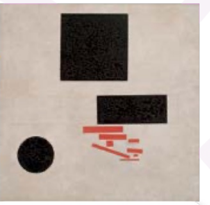
› Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas.

Key

Cálculo del área de polígonos: triángulos y cuadriláteros.

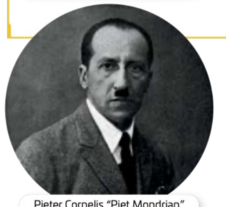
Contrasta la información que investigaste con la que acabas de leer y representa tus conclusiones.

Dibuja, resume, pega, ¡lo que quieras! R. L.



Kazimir Malevich, *Suprematist Composition* (1915)

Kazimir Malevich (1879-1935): pintor vanguardista ruso y creador del suprematismo.



Pieter Cornelis “Piet Mondrian” Mondriaan (1872-1944): pintor vanguardista holandés y uno de los principales representantes del arte abstracto.

¿Hay algo que no te queda claro? No te preocupes, anótalo aquí y cuando termines la Esfera, regresa y dale solución.